Von dieser Zeitschrift erscheinen jährlich 24 Nummern nebst 12 Nummern **Notizen- und Intelligenzblatt des österr. Ingenieurvereins** als Beilage. **Bestellungen** nehmen alle Buchhandlungen des In- und Auslandes an. Der halbe Jahrgang kostet 3 fl. C. M., der ganze Jahrgang 6 fl. C. M.

Zeitschrift des österreichischen Ingenieur-Vereines.

II. Jahrgang.

Ankündigungen, welche dem Zwecke der Zeitschrift entsprechen, werden in das Beiblatt „**Notizen- und Intelligenzblatt des österr. Ingenieurvereins**" aufgenommen und portofrei erbeten. Einrückungsgebühr für die gebrochene Petitzeile für 1 Mal 4 kr. für 2 Mal 6 kr.; für 3 Mal 8 kr. C. M. **Adresse:** Tuchlauben Nr. 562.

Nr. 16. Wien, im August **1850.**

Darstellung symmetrischer Figuren bei Verzierungen und Musterzeichnungen *).

Von **Georg Rebhahn**, k. k. Ingenieur-Assistent der k. k. General-Baudirektion.

Wenn Verzierungen einen angenehmen Eindruck auf das Auge hervorbringen sollen, so darf unter deren Eigenschaften eine gewisse Regelmäßigkeit in der Anordnung der Bestandtheile nicht vermißt werden, welche gewöhnlich dadurch hervorgebracht wird, daß man einem Theile des Dessins (Dessins-Figur) eine mehrmalige Wiederholung gestattet.

Wenn nun solche regelmäßige Verzierungen in zu einander parallelen Streifen oder Bändern vorkommen, welche sich um einen gemeinschaftlichen Mittelpunct kreisförmig schlingen, und zugleich angegeben wird, wie viele Dessins-Figuren in jedem dieser Bänder genau enthalten sein sollen, so ist klar, daß derlei Bedingungen nur bei gewissen Breiten jener Bänder zutreffen können, wobei im Allgemeinen die erwähnten Figuren zwar gleichartig construirt, aber in verschiedener Größe erscheinen werden.

Die Zeichnung **Litt. A**, Blatt Nr. 9 und 10, stellt ein solches verziertes Bild vor. Dasselbe besteht, wie zu entnehmen, aus 3 dessinirten Bändern in bestimmten Entfernungen von einander, deren Breiten so bemessen sind, daß die dort ersichtlichen nach gleichen Bedingungen verzeichneten Dessins-Figuren, ohne Rücksicht auf die Größe

im 1ten dem Mittelpuncte zunächst gelegenen Bande . . 4 Mal,
im folgenden 2ten Bande . . . . 7 „
im folgenden 3ten Bande . . . . 10 mal
„ „ 4ten „ . . . . 13 „
und „ „ 5ten „ . . . . 16 „

genau enthalten sind.

Der Zweck des vorliegenden Aufsatzes ist nun, die Dimensionen der Bänder und ihre Abstände von einander zu bestimmen, damit man mit deren Hilfe solche Constructionen durchführen könne.

Vor Allem ist leicht einzusehen, daß eine geometrische Aehnlichkeit unter den einzelnen Dessins-Figuren im Allgemeinen nicht Statt finden werde, den einzigen Fall ausgenommen, wenn in jedem Bande ein und dieselbe Anzahl Figuren vorkommen soll.

Unter solchen Umständen, wo also die analogen Dimensionen der Dessins-Figuren nicht alle genau mit der Größe der letzteren in gleichem Verhältnisse stehen können, wird man sich wohl leicht darüber einigen, daß wenigstens das Verhältniß der mittleren Länge und Höhe in jeder einzelnen Figur stets dasselbe bleibe, weil nur auf diese Art die Ungleichförmigkeiten genügend ausgeglichen, und die Figuren wenigstens annähernd ähnlich werden.

Um übrigens auch die Entfernungen zwischen den einzelnen Bändern angemessen darzustellen, lasse man zwischen den Breiten der Bänder und den darauf folgenden Zwischenräumen ebenfalls ein beständiges Verhältniß obwalten.

Es seien nun **Fig Litt B** in den angezeigten Theilen der Bänder $I, II, \ldots n, n+I, \ldots$ die 4eckigen Räume $A_1 B_1 a_1 b_1$, $A_2 B_2 a_2 b_2, \ldots A_n B_n a_n b_n$, $A_{n+1} B_{n+1} a_{n+1} b_{n+1}, \ldots$ diejenigen, in welche stets eine Dessins-Figur eingezeichnet werden kann, wobei zugleich festgesetzt wird, daß

$$\left.\begin{array}{lll} \text{im } I^{\text{ten}} \text{ Bande} & \ldots & F \\ \text{im } II^{\text{ten}} \text{ Bande} & \ldots & F+f \\ \ldots & & \\ \text{im } n^{\text{ten}} \text{ Bande} & \ldots & F+(n-1)f \\ \text{im } (n+1)^{\text{ten}} \text{ Bande} & \ldots & F+nf \end{array}\right\} \text{ Dessins-Figuren genau enthalten sein — d. h.}$$

im nächsten Bande immer um f Figuren mehr als im vorhergehenden Bande vorkommen sollen.

Bezeichnet man die Breiten der Bänder . . . . mit h,
die Abstände derselben . . . . mit z,
die mittleren Halbmesser der Dessins-Figuren . . . mit r,
und die Centriwinkel derselben . . . . mit α,

und den entsprechenden Zeigern, nämlich:

*) Wir theilen diesen Aufsatz unseren geehrten Lesern um so lieber mit, als er den erfreulichen Beweis gibt, daß die strenge Theorie den gewerblichen Künsten auch Hilfsmittel bieten kann. — Die hier behandelte Darstellung symmetrischer Figuren kann nämlich unserer Ansicht nach namentlich bei der Zeichnung der Muster für Zeug- und Steindruck in vielen Fällen wesentliche Erleichterungen gewähren. D. Red.

$$
\begin{array}{lll|lll|lll}
A_1 B_1 & = & h_1 & B_1 A_2 & = & z_1 & O C_1 & = & r_1 \\
A_2 B_2 & = & h_2 & B_2 A_3 & = & z_2 & O C_2 & = & r_2 \\
\ldots & & & \ldots & & & \ldots & & \\
A_n B_n & = & h_n & B_n A_{n+1} & = & z_n & O C_n & = & r_n \\
A_{n+1} B_{n+1} & = & h_{n+1} & & & & O C_{n+1} & = & r_{n+1}
\end{array}
\quad \text{und} \quad
\begin{array}{lll}
\angle\, C_1 O c_1 & = & \alpha_1 \\
\text{„}\; C_2 O c_2 & = & \alpha_2 \\
\ldots & & \\
\text{„}\; C_{n+1} O c_{n+1} & = & \alpha_{n+1} \\
\text{„}\; C_n O c_n & = & \alpha_n
\end{array}
$$

so hat man dem Gesagten zu Folge:

$$\frac{\overset{\frown}{C_1 c_1}}{h_1} = \frac{\overset{\frown}{C_2 c_2}}{h_2} = \ldots = \frac{\overset{\frown}{C_n c_n}}{h_n} = \frac{\overset{\frown}{C_{n+1} c_{n+1}}}{h_{n+1}} \;\ldots\ldots \quad \text{(I)}$$

$$\text{und} \quad \frac{z_1}{h_1} = \frac{z_2}{h_2} = \ldots\ldots = \frac{z_n}{h_n} = \frac{z_{n+1}}{h_{n+1}} \;\ldots\ldots \quad \text{(II).}$$

Es ist aber der Bogen $C_1 c_1 = r_1 \alpha_1$, „ „ $C_2 c_2 = r_2 \alpha_2$, ... „ „ $C_n c_n = r_n \alpha_n$, „ „ $C_{n+1} c_{n+1} = r_{n+1} \alpha_{n+1}$

und der Winkel $\alpha_1 = \frac{2\pi}{F}$, „ „ $\alpha_2 = \frac{2\pi}{F+f}$, ... „ „ $\alpha_n = \frac{2\pi}{F+(n+1)f}$, „ „ $\alpha_{n+1} = \frac{2\pi}{F+nf}$

wobei $\pi = 3{\cdot}141592$ ist,

Daher entsteht aus der Gleichung (I), wenn man gleich durch 2π dividirt,

$$\frac{r_1}{h_1 F} = \frac{r_2}{h_2 (F+f)} = \ldots\ldots = \frac{r_n}{h_n [F+(n-1)f]} = \frac{r_{n+1}}{h_{n+1} (F+nf)} \;\ldots\ldots \quad \text{(III).}$$

$$\left.\begin{array}{l}
\text{Hieraus folgt } r_{n+1} = \dfrac{r_1 h_{n+1} (F+nf)}{h_1 F} \\[2ex]
\text{und } r_n = \dfrac{r_1 h_n [F+(n-1)f]}{h_1 F} \\[2ex]
\text{ferner aus der Gleichung (II) } z_n = \dfrac{z_1 h_n}{h_1}
\end{array}\right\} \text{(IV).}$$

Wie man sich aus der Zeichnung überzeugt, so ist für jeden Werth von n

$$O C_{n+1} = O C_n + C_n B_n + B_n A_{n+1} + A_{n+1} C_{n+1}, \text{ also auch}$$

$$r_{n+1} = r_n + \frac{1}{2} h_n + z_n + \frac{1}{2} h_{n+1},$$

und wenn man die in den Gleichungen (IV) gegebenen Werthe für r_{n+1}, r_n und z_n substituirt und reducirt

$$\frac{h_{n+1}}{h_n} = \frac{\left[1 + (n-1)\frac{f}{F}\right]\frac{r_1}{h_1} + \frac{1}{2} + \frac{z_1}{h_1}}{\left[1 + n\frac{f}{F}\right]\frac{r_1}{h_1} - \frac{1}{2}}$$

Da für einen bestimmten Fall die Größen r_1, h_1, z_1, F und f gegeben sind, so werden auch die Quotienten $\frac{f}{F} = x$, $\frac{r_1}{h_1} = y$ und $\frac{z_1}{h_1} = z$ bekannt sein, wodurch man die Hauptgleichung

$$\frac{h_{n+1}}{h_n} = \frac{[1 + (n-1)x]\, y + 0{\cdot}5 + z}{[1 + nx]\, y - 0{\cdot}5} \;\ldots \quad \text{(V.)}$$

erhält.

In der so eben gefundenen Gleichung ist nur n veränderlich, sonach kann man dieselbe immer auf die Form $\frac{h_{n+1}}{h_n} = \frac{n+p}{n+q}$ bringen, indem man nämlich nach n ordnet, sodann den Bruch durch xy abkürzt, und die resultirenden Constanten im Zähler und Nenner beziehungsweise mit p und q bezeichnet, so daß also

$$p = \frac{y + z + 0{\cdot}5 - xy}{xy} \quad \text{und} \quad q = \frac{y - 0{\cdot}5}{xy} \quad \text{ist.}$$

Der gefundene Ausdruck $\frac{h_{n+1}}{h_n} = \frac{n+p}{n+q}$ oder auch $h_{n+1} = \frac{n+p}{n+q} h_n$ lehrt, die Breite des nächstfolgenden Bandes aus der des vorhergehenden zu finden, indem man statt n die Werthe 1, 2, 3, . . . substituirt. So erhält man, da die Breite des ersten Bandes gegeben ist,

für den Werth $n = 1$ die Breite des 2. Bandes $h_2 = \frac{1+p}{1+q} \cdot h_1$

„ „ „ $n = 2$ „ „ „ 3. „ $h_3 = \frac{2+p}{2+q} \cdot h_2 = \frac{(1+p)(2+p)}{(1+q)(2+q)} \cdot h_1 = \frac{\begin{bmatrix} p+2 \\ 2 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} q+2 \\ 2 \end{bmatrix}} \cdot h_1$

„ „ „ $n = 3$ „ „ „ 4. „ $h_4 = \frac{3+p}{3+q} \cdot h_3 = \frac{(1+p)(2+p)(3+p)}{(1+q)(2+q)(3+q)} \cdot h_1 = \frac{\begin{bmatrix} p+3 \\ 3 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} q+3 \\ 3 \end{bmatrix}} \cdot h_1$

u. s. w., wobei die in den Endausdrücken vorkommenden übereinander stehenden Zahlen innerhalb der Klammern, den Symbolen der Combinationslehre gemäß, zu deuten sind.

Nach dieser Darstellung erhält man auch die independente Form der Gleichung für h_n und h_{n+1}, da leicht einzusehen ist, daß

$$h_n = \frac{\begin{bmatrix} p+n-1 \\ n-1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} q+n-1 \\ n-1 \end{bmatrix}} \cdot h_1 \text{ und } h_{n+1} = \frac{\begin{bmatrix} p+n \\ n \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} q+n \\ n \end{bmatrix}} \cdot h_1 \text{ ist. (VI.)}$$

Diese letzteren Gleichungen können dazu dienen, um eine Bandbreite unabhängig von der vorhergehenden zu bestimmen, obwohl bei näherer Betrachtung sich zeigt, daß eigentlich doch dieselben Berechnungen durchzuführen sind, welche nach der dependenten Darstellung nothwendig werden.

Eben so erhält man, da z_1 gegeben ist, aus der unter (IV) gegebenen Gleichung $z_n = \frac{z_1\, h_n}{h_1}$

$$\text{für } n = 2 \text{ den 2ten Abstand } z_2 = \frac{z_1}{h_1}\, h_2$$

$$\text{„} \quad n = 3 \quad \text{„} \quad \text{3ten} \quad \text{„} \quad z_3 = \frac{z_1}{h_1}\, h_3$$

u. s. w. . . . ., so daß sowohl die Ausmaßen der dessinirten Ringe, als auch die Entfernungen der letzteren ausgemittelt werden können, und die Verzeichnung keinem Anstande unterliegen wird.

Aus den unter (V) und (VI) gegebenen Gleichungen ist auf den ersten Blick ersichtlich, unter welcher Bedingung die Breiten der Ringe fortwährend größer oder kleiner werden oder gar gleich bleiben. Dieses Verhalten ist nämlich davon abhängig, ob $p > q$ oder $p < q$ oder $p = q$ ist, und diese 3 Fälle werden wieder durch die Relationen $z > xy - 1$ oder $z < xy - 1$ oder endlich $z = xy - 1$ näher bestimmt. Ohne Rücksicht auf diesen Umstand ergibt sich bei allgemeiner Betrachtung noch die weitere Eigenschaft, daß stets zwei auf einander folgende Bänderbreiten verhältnißmäßig desto weniger von einander verschieden sein werden, je mehr dieselben vom Mittelpuncte entfernt liegen, weil sich offenbar der Quocient $\frac{h_{n+1}}{h_n} = \frac{n+p}{n+q}$ immer mehr der Einheit nähert, je größer n selbst angenommen wird, jedoch mit Ausnahme jener 2 Fälle, in welchen entweder wegen $p = q =$ einer endlichen Größe, oder wegen $p = \infty$ und $q = \infty$ der bezügliche Quozient $\frac{h_{n+1}}{h_n}$ für jeden Werth von n constant bleibt, indem derselbe im 1. Falle gleich der Einheit, im 2. Falle aber — welcher nur für den Werth $x = o$ entstehen kann — gleich $\frac{y + z + 0{\cdot}5}{y - 0{\cdot}5}$ ist.

Da ferner $z = \frac{z_1}{h_1}$ von der ganz willkührlichen Distanz z_1 abhängt, und mit $x = \frac{f}{F}$ und $y = \frac{r_1}{h_1}$ in keinem weiteren Zusammenhange steht, so ist klar, daß wenn man auch negative Werthe von z_1 zuläßt, sich zu den gegebenen Größen f, F, r_1 und h_1 immer solche Werthe von z_1 angeben lassen, daß z bald größer, bald kleiner, bald gleich $xy - 1$ wird, oder mit anderen Worten: Man kann bei einem gegebenen Dessin, für jede beliebige Zahl von Figuren, die im ersten Bande vorkommen sollen, und für jede beliebige regelmäßige Zunahme derselben in den folgenden Bändern, jedenfalls die Entfernungen der Bänder — ohne Verletzung der Bedingung, daß diese mit den Bänderbreiten stets in gleichem Verhältnisse zu stehen haben — so ausmitteln, daß diese Breiten der besagten Bänder entweder zunehmen oder abnehmen, oder auch gleich bleiben, wenn wie erwähnt die aus Anlaß von manchmal negativ ausfallenden Werthen von z_1 entstehenden besonderen Verzierungen, bei welchen die Bänder sich offenbar mehr oder weniger decken werden, nicht ausgeschlossen sind.

Sollen in jedem Bande eine gleiche Zahl von Dessins-Figuren vorkommen, so ist $f = o$ zu setzen, wodurch nach der Gleichung (V) $\frac{h_{n+1}}{h_n} = \frac{y + z + 0{\cdot}5}{y - 0{\cdot}5}$, also eine constante Größe wird.

Hieraus folgt

$$\text{für } n = 1 \; \ldots \; h_2 = \left[\frac{y+z+0{\cdot}5}{y-0{\cdot}5}\right] \cdot h_1$$

$$\text{„} \quad n = 2 \; \ldots \; h_3 = \left[\frac{y+z+0{\cdot}5}{y-0{\cdot}5}\right] \cdot h_2 = \left[\frac{y+z+0{\cdot}5}{y-0{\cdot}5}\right]^2 \cdot h_1$$

$$\text{„} \quad n = 3 \; \ldots \; h_4 = \left[\frac{y+z+0{\cdot}5}{y-0{\cdot}5}\right] \cdot h_3 = \left[\frac{y+z+0{\cdot}5}{y-0{\cdot}5}\right]^3 \cdot h_1$$

$$\text{also allgemein } h_n = \left[\frac{y+z+0{\cdot}5}{y-0{\cdot}5}\right]^{n-1} \cdot h_1$$

und nach den Gleichungen (IV)

$$r_n = \left[\frac{y+z+0{\cdot}5}{y-0{\cdot}5}\right]^{n-1} \cdot r_1 \text{ und } z_n = \left[\frac{y+z+0{\cdot}5}{y-0{\cdot}5}\right]^{n-1} \cdot z_1$$

In diesem Falle sind auch die Ausdrücke

$$h_1 : h_2 : h_3 : h_4 : \ldots : h_{n-1} : h_n : h_{n+1} : \ldots$$
$$r_1 : r_2 : r_3 : r_4 : \ldots : r_{n-1} : r_n : r_{n+1} : \ldots \text{ und}$$
$$z_1 : z_2 : z_3 : z_4 : \ldots : z_{n-1} : z_n : z_{n+1} : \ldots$$

geotrischeme Progressionen von den gleichen Exponenten $\left[\frac{y+z+0{\cdot}5}{y-0{\cdot}5}\right]$ und es findet auch zwischen den Dessinsfiguren verschiedener Ringe eine vollkommene Aehnlichkeit Statt.

Soll die Zeichnung aber so gestellt werden, daß
im 2ten Bande die doppelte,
„ 3ten „ „ dreifache
u. s. w. „ nten „ „ nfache Zahl jener im 1ten Bande vorkommenden Dessins-Figuren erscheine, so wird man die Annahme $f = F$ oder $x = 1$ setzen, wonach $p = \frac{z + 0{\cdot}5}{y}$ und $q = \frac{y - 0{\cdot}5}{y}$ und weiters $\frac{h_{n+1}}{h_n} = \frac{ny + z + 0{\cdot}5}{(n+1)\, y - 0{\cdot}5}$ wird.

Würde z. B. noch überdieß die Bedingung gegeben sein, daß die Breiten sämmtlicher dessinirter Ringe gleich sein sollen, so müßte wegen $z = xy - 1$ und $x = 1$, offenbar $z = y - 1$ angenommen werden, woraus sich die wirkliche Distanz von je 2 auf einander folgenden Ringen $z_1 = z_2 = z_3 = \ldots = z_n = \ldots = r_1 - h_1$ ergibt.

Nach diesen allgemeinen Betrachtungen werden nun diejenigen Fälle untersucht, in welchen eine bestimmte Gattung eines Dessins zu Grunde liegt. Es soll hier derjenige Dessin näher betrachtet werden, der in der Eingangs erwähnten Zeichnung **Litt. A** vorkommt, und dessen Construction aus der weiteren Figur **Litt. C** hinreichend entnommen werden kann.

Die angezeigte krumme Linie **abcdefg** besteht nämlich aus mehreren zusammenstoßenden Halbkreisen, welche abwechselnd bald oberhalb bald unterhalb der Mittellinie **EF** liegen.

Die übrigen 3 analogen krummen Linien sind ebenfalls so zusammengesetzt, und nur immer um den 3ten Theil des Halbmessers und zwar nach der Richtung der benannten Mittellinie verschoben, so daß die Verzierung eines jeden Ringes einem geschlängelten nach der Länge aus 3 parallelen Streifen bestehenden Bande ähnlich sieht. Wie man sich nun leicht überzeugt, läßt sich je eine Windung diefer Verzierung in ein Viereck **ABCD** einschließen, dessen mittlere Länge **EF** das Doppelte der Höhe **GH** beträgt, und da dieses gegenseitige Verhältniß nahe dasselbe bleibt, wenn der Dessin auch nicht, wie in **Fig. Litt. C**, zwischen parallelen Geraden **AB** und **CB**, sondern wie in **Fig. Litt. D** zwischen centralen Kreisbögen $A'G'B'$ und $C'H'D'$ eingezeichnet wird, so kann allgemein für diese bestimmte Verzierungsgattung zwischen der mittleren Länge und Höhe einer Dessins-Figur die Gleichung $\overparen{E'F'} = 2 . G'H'$ aufgestellt werden.

Indem nun mit Rücksicht auf die vorstehenden Erläuterungen die Figurshöhe im 1ten dessinirten Bande $G'H' = h_1$, und die Peripherie des mittleren Kreises $2\, r_1 \pi$ ist, so hat man bei dem Umstande, als **F** Figuren vorkommen sollen, für die mittlere Länge der Dessin-Figur offenbar $E'F' = \dfrac{2\, r_1 \pi}{F}$ und da $E'F' = 2\, h_1$ ist, auch

$h_1 = \dfrac{r_1 \pi}{F}$, wornach $x = \dfrac{f}{F}$, $x = \dfrac{F}{\pi}$ und $z = \dfrac{z_1 F}{r_1 \pi}$ wird, welche Werthe in den unter (V) oder (VI) erscheinenden Gleichungen zu substituiren sind.

Um endlich auch die practische Anwendung des Vorgetragenen auf ein besonderes Beispiel zu zeigen, sollen hier die nöthigen Ausmaßen berechnet werden, welche zur Verzeichnung des erwähnten Bildes **Litt. A** gedient haben.

Für diesen Fall ist die Anzahl der im 1ten Ringe vorkommenden Figuren, $F = 4$, die gleichmäßige Zunahme derselben in den folgenden Ringen, $f = 3$, und die Breite des ersten Bandes

$h_1 = \dfrac{r_1 \pi}{F} = \dfrac{r_1 \pi}{4} = 0{\cdot}7854\ r_1$. Die übrigens ganz beliebige Entfernung zweier auf einander folgenden Ringe wurde mit dem dritten Theile der vorhergehenden Ringbreite festgesetzt. Sonach hat man

$$x = \frac{f}{F} = \frac{3}{4},\ y = \frac{F}{\pi} = \frac{4}{\pi},\ z = \frac{1}{3}, \text{ und hiemit auch}$$

$$p = \frac{\dfrac{4}{\pi} + \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{2} - \dfrac{3}{\pi}}{\dfrac{3}{\alpha}} = 1{\cdot}2060, \text{ ferner}$$

$$q = \frac{\dfrac{4}{\pi} - \dfrac{1}{2}}{\dfrac{3}{\pi}} = 0{\cdot}8097, \text{ woraus die Hauptgleichung}$$

$$\frac{h_{n+1}}{h_n} = \frac{n + 1{\cdot}2060}{n + 0{\cdot}8097} \text{ folgt.}$$

Um diese Hauptgleichung zur Construction zu benützen, wird man für **n** die Werthe 1, 2, 3 und 4 setzen, weil hiedurch die fraglichen 5 Ringe bestimmt sind.

Demgemäß hat man

$$\text{für } n = 1,\ h_2 = \frac{1 + 1{\cdot}2060}{1 + 0{\cdot}8097} . h_1 = 1{\cdot}2191 . h_1$$

$$\text{„ } n = 2,\ h_3 = \frac{2 + 1{\cdot}2060}{2 + 0{\cdot}8097} . h_2 = 1{\cdot}1410 . h_2$$

$$\text{„ } n = 3,\ h_4 = \frac{3 + 1{\cdot}2060}{3 + 0{\cdot}8097} . h_3 = 1{\cdot}1040 . h_3$$

$$\text{und „ } n = 4,\ h_5 = \frac{4 + 1{\cdot}2060}{4 + 0{\cdot}8097} . h_4 = 1{\cdot}0824 . h_4$$

Der erste mittlere Halbmesser r_1 wurde mit $0{\cdot}4$ Wiener Zoll angenommen, sonach man für die erste Ringbreite $h_1 = \dfrac{r_1\pi}{F}$ $0{\cdot}314''$ erhält. Man hat also

$$\left.\begin{matrix} h_1 = 0{\cdot}314'' \\ h_2 = 0{\cdot}383'' \\ h_3 = 0{\cdot}437'' \\ h_4 = 0{\cdot}482'' \\ h_5 = 0{\cdot}522'' \end{matrix}\right\} \text{ und } \left.\begin{matrix} z_1 = 0{\cdot}105'' \\ z_2 = 0{\cdot}128'' \\ z_3 = 0{\cdot}145'' \\ z_4 = 0{\cdot}161'' \\ z_5 = 0{\cdot}174'' \end{matrix}\right\}$$

Diese Ausmaße, mit Hilfe von Zirkel und Maßstab aufgetragen, liefern die nöthigen Anhaltspuncte zur Verzeichnung der fraglichen Verzierung.

Um übrigens auch im Vorhinein einen Begriff von der Ausführung des Bildes zu erhalten, bemerke man, daß der Halbmesser des leeren Raumes um den Mittelpunct gleich $r_1 - \dfrac{1}{2} h_1$ also hier $0{\cdot}4 - \dfrac{1}{2} . 0{\cdot}310 = 0{\cdot}243''$ ist, wozu noch die sämmtlichen Bänderbreiten und Zwischenräume hinzuzuschlagen sind, indem man auf diese Art den Radius des das ganze Bild umschließenden Kreises findet. Wird derselbe mit **R** bezeichnet, so ist $R = (r_1 - \frac{1}{2} h_1) + (h_1 + h_2 + h_3 + h_3 + h) + (z_1 + z_2 + z_3 + z_4 + z_5) = 0{\cdot}243'' + 2{\cdot}138'' + 0{\cdot}713'' = 3{\cdot}094''$ Wiener Zoll.

Als Controle für die Richtigkeit dieser Berechnung kann ein anderer Ausdruck, nämlich $R = r_5 + \dfrac{1}{2} h_5 + z_5$ dienen, wobei nach den Gleichungen (IV) $r_5 = \dfrac{r_1 h_5 (F + 4f)}{h_1 F} = \dfrac{0{\cdot}4 \times 0{\cdot}522 \times 16}{0{\cdot}314 \times 4} = 2{\cdot}659''$ ist. Daher wird $R = 2{\cdot}659 + \dfrac{1}{2} 0{\cdot}522 + 0{\cdot}174 = 3{\cdot}094''$, welches Resultat mit dem oben gefundenen übereinstimmt.

Es ist also ein kreisrunder Raum von dem Durchmesser $6{\cdot}188$ Wiener Zollen nöthig, um die besprochene Verzierung nach den gegebenen Bedingungen zu verzeichnen.

Diese Betrachtungen werden genügen, um in vorkommenden Fällen mittelst Rechnung zum Ziele zu gelangen. Da es jedoch wünschenswerth erscheint, derlei Aufgaben ohne Hilfe von Berechnungen bloß im Constructionswege zu lösen, so möge das nachstehende auf die Verzeichnung der so eben betrachteten Verzierung **Fig. Litt. A** angewendete Verfahren zur Wissenschaft genommen werden.

Da der Halbmesser des ersten mittleren Kreises gegeben ist, so beschreibe man **Fig. Litt. E** mit demselben ($O C_1$) einen Kreis, und theile denselben in eben so viele, also hier in 4, gleiche Theile, als Dessins-Figuren in dem 1ten Ringe verzeichnet werden sollen. Sei sonach c_1 ein auf diese Weise erhaltener Theilungspunct, so ist der Winkel $c_1 O C_1 = \dfrac{360}{4} = 90$ Graden, und der Bogen $C_1 c_1$ selbst die mittlere Länge einer Dessins-Figur. Indem nun auch bekannt ist, daß die Höhe einer Dessins-Figur oder die 1te Ringbreite die Hälfte von jenem Bogen $C_1 c_1$ zu messen habe, so theile man diesen Letzteren in vier gleiche Theile, so daß $\overparen{C_1 d_1} = \frac{1}{4} . \overparen{C_1 c_1}$ wird, und mache $A_1 C_1 = C_1 B_1 =$ der Sehne $C_1 d_1$, welch' letztere mit dem betreffenden Bogen ohne Anstand verwechselt werden kann. Werden nun durch A_1 und B_1 die Kreise gezogen, so erhält man den 1ten mit vier Figuren zu dessinirenden Ring.

Da im vorliegenden Falle der Abstand zweier auf einander folgender Ringe mit dem 3ten Theile der vorhergehenden Ringbreite festgesetzt worden ist, so trage man $B_1 A_2 = \frac{1}{3} . A_1 B_1$ auf, und ziehe durch A_2 den das zweite Band begränzenden Kreis, welcher, da in solchem 7 Dessins-Figuren enthalten sein sollen, in eben so viele gleiche

Theile zu theilen ist, so daß $\widehat{A_2 a_2}$, als 7ter Theil der Peripherie, die untere krummlinige Seite eines — eine Dessins-Figur umschließenden — Viereckes vorstellt. Wenn man nun den Bogen $A_2 a_2$ in vier gleiche Theile theilt, also $A_2 e_2 = \frac{1}{4} . A_2 a_2$ macht, so hat man offenbar in der durch den so gefundenen Punct e_2 gezogenen Geraden OM einen Punct d_2 zu suchen, welcher die Eigenschaft hat, daß die Sehne des durchgezogenen Kreisbogens $d_2 C_2 = C_2 A_2$ wird, weil dann, wenn $B_2 C_2 = A_2 C_2$ gemacht wird, sich die mittlere Länge einer Dessins-Figur, nämlich $\widehat{C_2 c_2} = 4 \cdot \widehat{d_2 C_2}$, zur Höhe derselben, $A_2 B_2 = 2 . d_2 C_2$, wie 2 : 1 verhalten wird, welches Verhältniß zu erreichen als Bedingung gestellt ist. Auch hier ist es erlaubt, den Bogen $d_2 C_2$ mit seiner Sehne zu vertauschen.

Zu diesem Behufe ziehe man die Sehne $A_2 e_2$, halbire den Winkel $e_2 A_2 N$, nämlich $\angle e_2 A_2 P = \angle P A_2 N$, und suche den Durchschnittspunct der so erhaltenen Halbirungslinie $A_2 P$ mit dem bekannten Radius OM, welcher offenbar den Ort des gesuchten Punctes d_2 angibt; denn man hat

$d_2 C_2 \parallel e_2 A_2$ . . als Sehnen desselben Winkels,
$\angle e_2 A_2 d_2 = \angle A_2 d_2 C_2$ . . als innere Wechselwinkel, und
$\angle e_2 A_2 d_2 = \angle d_2 A_2 C_2$ . . vermöge der Construction, folglich auch
$\angle A_2 d_2 C_2 = \angle d_2 A_2 C_2$, woraus folgt, daß das $\triangle\, d_2 A_2 C_2$ gleichschenklich, und die Sehne $d_2 C_2 = A_2 C_2$ ist, welche Relation zu beweisen war.

Auf dieselbe Weise findet man die nachfolgenden Ringbreiten eine Schwierigkeit.

Dieses angegebene Verfahren wird auch für andere vorkommende Beispiele als Richtschnur dienen können, wenn man die nöthigen Eintheilungen der betreffenden Bögen und Winkel den jedesmaligen besonderen Bedingungen anpaßt.

Es kann somit keinem Anstande unterliegen, die in das hier behandelte Gebiet gehörigen Aufgaben entweder mit Hilfe der Rechnung oder ausschließlich durch Construction vollständig aufzulösen.

Wien im Juli 1850.

Ueber das bei Eisenconstructionen, insbesondere bei Eisenbahnen, verwendete Eisen *).

Bericht der zur Untersuchung dieses Gegenstandes von der englischen Regierung eingesetzten Commission **).

Die Einwirkung schwerer mit großer Geschwindigkeit auf verschiedenen Eisenconstructionen sich bewegender Lasten war unseres Wissens bisher nie der Gegenstand directer wissenschaftlicher Untersuchungen gewesen; die Versuche über die Festigkeit von Eisensorten wurden bloß mit sogenannten todten Belastungen angestellt, ohne daß die beim Eisenbahnwesen im Allgemeinen vorkommenden Stöße, Erschütterungen und Torsionen in Betracht gezogen worden wären. — Untersuchungen letzterer Art scheinen jedoch für die Praxis von so hoher Wichtigkeit, und durch den in allen Zweigen der Industrie immer mehr überhand nehmenden Gebrauch des Eisens sogar so dringend geboten, daß die Mitglieder jener Commission, welche die englische Regierung ernannte, um ihr Gutachten über das beim Eisenbahnwesen verwendete Eisen abzugeben, ihre Aufmerksamkeit hauptsächlich auf die Durchführung solcher Versuche richtete, die den Zweck hatten, ein Resultat zu erzielen, worin allen beim Eisenbahnwesen vorkommenden Einflüssen Rechnung getragen wurde.

Die bei solchen Versuchen zu untersuchenden Fragen sind zweifacher Art. Die Commission untersuchte:

1) Ob das Eisen, welches eine Zeit lang Stößen und Erschütterungen ausgesetzt gewesen ist, in der Anordnung seiner Theile irgend eine genug große Veränderung erlitten hat, um dadurch geschwächt zu werden.

2) Welches die mechanischen Wirkungen der Stöße und des Ueberganges schwerer Lasten auf Stäbe und Balken, auf welche sie durch Biegen und Zerbrechen einwirken konnten, sind.

Ueber die erste dieser Fragen herrschen verschiedene Ansichten. Es wurde constatirt, daß Stücke von Schmiedeisen, als Achsen von Eisenbahnwagen und Locomotiven rc., welche Erschütterungen ausgesetzt waren, nach einem längeren Gebrauche zerbrachen. Sie zeigten einen eigenthümlichen krystallinischen Bruch und eine geringere Festigkeit, welche nach der Meinung einiger Techniker als das Resultat einer stufenweisen Veränderung der Textur des Metalls durch die Erschütterungen angesehen werden mußte. Zur Bestätigung dieser Annahme werden mehrere Thatsachen angeführt, z. B. daß, wenn ein gutes Stück sehniges Eisen mit einem Schraubengewinde mittelst eines Schneidzeuges versehen wird, wobei stets eine erschütternde Bewegung eintritt, der Querbruch dort, wo die Gewinde vorhanden sind, stets krystallinischer ist, als an den anderen Stellen des Stabes. Andere sehen diese eigenthümliche Textur als das Resultat einer fehlerhaften Behandlung bei der Darstellung des Eisens an, und läugnen den Einfluß der Erschütterungen auf die Textur des Eisens gänzlich. Anerkannt ist es aber, daß sehniges Eisen durch wiederholtes Rothglühen und Ablöschen, so wie durch anhaltendes Kalthämmern körnig gemacht werden kann.

Herr Brunel meint, daß das verschiedenartige Ansehen des Bruches sehr viel von der Art und Weise des Zerbrechens des Eisens abhängt, indem ein langsam wirkender schwerer Schlag einen sehnigen, und ein heftiger kurzer Schlag einen körnigen Bruch erzeugt. Die Temperatur hat ebenfalls einen entscheidenden Einfluß auf den Bruch; ein im kalten Zustande zerschlagenes Eisenstück zeigt einen körnigeren Bruch, als wenn es vor dem Bruche etwas erwärmt worden ist. Manche Techniker nehmen an, daß sich dieselben Wahrnehmungen auch beim Gußeisen machen lassen.

Die Commissions-Mitglieder haben nun diese Frage durch verschiedene Versuche zu erläutern gesucht.

Verschiedene gußeiserne Stäbe, darunter ein Stab 3 Zoll im Quadrat, welche auf zwei 14 Fuß von einander entfernte Unterlagen gelegt waren, wurden durch eine an einem 18 Fuß langen Draht aufgehängte schwere Kugel, welche der Art gestellt war, daß die Mitte der Kugelperipherie das Mittel der Längenseiten der Stäbe treffen mußte, einer Reihe von, auf die Richtung derselben senkrechten Schlägen unterworfen, deren Anzahl sich meistens auf 4000 belief. Die Stärke der Schläge bei jeder Reihe von Versuchen war größer oder geringer, je nachdem es erforderlich schien. Das allgemeine Resultat bestand darin, daß wenn der Schlag stark genug war, den Stab bis zu seiner stärksten Biegung, d. h. bis zu jener, wobei er bei einer ruhenden Belastung bricht, durchbiegen zu können, kein Stab im Stande war, 4000 solcher Schläge nacheinander zu ertragen. Alle rein und gleichförmig gegossenen Stäbe widerstanden dagegen der Einwirkung von 4000 Schlägen, wenn sie nur etwa auf $1/3$ des Maximums ihrer Biegung durchgebogen wurden.

Andere Gußeisenstäbe von ähnlichen Dimensionen wurden der

*) Aus dem „Civil Engineer and Architect's-Journal" (Februar- und März-Heft) auszugsweise entnommen.

**) Diese Commission bestand aus den Herren: Wrotesley, Robert Willis, Henry James, George Henry, W. Cubitt, Eaton Hodgkinson und Herrn Douglas Galton als Sekretär.

Einwirkung eines durch eine Dampfmaschine im Kreise getriebenen Däumlings ausgesetzt. Sie wurden wohl 100,000 Mal in der Mitte ohne Stoß, und zwar 4 Mal in der Minute niedergedrückt, so daß sie sich nachher wieder heben konnten. Endlich wurde noch eine andere Vorrichtung angewendet, wobei der Stab während des Niederdrückens einer starken Erschütterung ausgesetzt war. Die Resultate dieser Experimente bestanden darin, daß wenn die Depression gleich einem Drittel der äußersten Durchbiegung war, der Stab nicht unbrauchbar oder beschädigt wurde. Betrug aber die Biegung die Hälfte des größten Durchbuges, so erwies sich der Stab als unbrauchbar.

Ein Gewicht, welches die Hälfte von dem betrug, das den Bruch herbeiführte, wurde mittelst einer anderen Vorrichtung von dem einen Ende des Stabes bis zu dem andern vor- und rückwärts gezogen. Ein dicht und gut gegossener Stab wurde durch 96.000 Hin- und Herzüge des Gewichtes nicht beschädigt.

Es läßt sich somit aus dem Vorhergehenden folgern, daß gußeiserne Balken solche Dimensionen erhalten müssen, daß sie kaum $1/_3$ von der äußersten Biegung durchgebogen werden können, und da erwiesener Maßen eine gegebene Belastung durch Stöße oder eine Bewegung derselben sehr erhöht wird, so ist kaum eine hinreichende Sicherheit vorhanden, wenn die größte Belastung $1/_6$ von der zerbrechenden beträgt, selbst wenn der Guß ganz tadellos ist.

Bei geschmiedeten (oder gewalzten) Stäben wurde durch 10,000 auf einander folgende Biegungen mittelst eines sich drehenden Däumlings keine sehr bemerkbare Wirkung hervorgebracht.

Aus den zur Beantwortung der zweiten Frage, nämlich welche mechanische Wirkung die Stöße und sich bewegenden Belastungen auf Eisenconstructionen haben, angestellten Versuchen scheint hervorzugehen, daß gußeiserne Balken von derselben Länge und demselben Gewichte, und von was immer für einem Querschnitt, welche die horizontal wirkenden Schläge der oben erwähnten schweren Kugel erhielten, denselben Widerstand gegen den Druck leisten, vorausgesetzt, daß sie dasselbe Oberflächen-Ausmaß haben.

Es bedurfte daher ein Stab von $6 \times 1^1/_2$ Zoll im Querschnitt, der auf Unterlagen angebracht war, welche 14 Fuß von einander entfernt waren, eben so starker Schläge, um in der Mitte zerbrochen zu werden, es mochten dieselben nun auf die breite oder auf die schmale Seite einwirken. Endlich war fast dieselbe Anzahl Schläge erforderlich, um einen gleich langen Stab zu zerbrechen, dessen Querschnitt 3×3 Zoll im Quadrat maß, und der daher gleichen Querschnitt und gleiches Gewicht mit dem vorhergehenden hatte.

Eine andere Reihe von Versuchen mit demselben Apparate zeigte auch unter anderen Resultaten, daß die durch die Kugel bewerkstelligte Biegung schmiedeiserner Stäbe sich beinahe wie die Geschwindigkeit des Stoßes verhalte. Die Biegung des Gußeisens ist größer als dieses Verhältniß.

Fernere Versuche wurden in der Absicht unternommen, um die Wirkungen von Belastungen zu erfahren, welche gleichförmig auf einem Balken vertheilt sind, und um zu sehen, ob dadurch ihr Widerstand gegen den Druck derselben Kugel, welche senkrecht darauf fiel, erhöht worden sei. Es ergab sich, daß gußeiserne Balken, welche ihrer ganzen Länge nach so mit Gewichten belastet waren, daß diese das Durchbiegen der Ersteren nicht hinderten, einen doppelt so großen Druck von dem darauffallenden Gewicht aushalten konnten, als jenen, den sie unbelastet trugen, und daß sich die Durchbiegungen fast wie die Geschwindigkeit des Stoßes verhielt.

Weitere Versuche wurden in der Absicht unternommen, um die Wirkungen von Belastungen, die mit größerer oder geringerer Geschwindigkeit über Brücken gehen, mit jenen ruhender Lasten zu vergleichen. Zu diesem Zwecke wurde die Vorrichtung getroffen, daß ein mit verschiedenen Gewichten zu belastender Wagen eine geneigte Ebene hinabgehen mußte. Die zu prüfenden Stäbe waren am Fuße der Rampe horizontal angebracht, so daß der belastete Wagen mit der auf der schiefen Ebene erlangten Geschwindigkeit darüber hinwegfuhr.

Um den Resultaten einen practischen Werth zu geben, wurde der höchste Punct der geneigten Ebene fast 40 Fuß über dem horizontalen Theil angelegt, und zur Leitung des Wagens auf der ganzen Länge der Rampe Schienen mit 3 Fuß Spurweite befestiget. Der Wagen konnte eine Belastung aufnehmen, die 2 Tonnen oder 40 Centner betrug. Die zu probirenden 9 Fuß langen Stäbe lagen in der Verlängerung der Eisenbahn auf der horizontalen Bahnabtheilung, welche mit der geneigten Ebene durch eine mäßige Curve verbunden war. An den Probestäben waren Vorrichtungen angebracht, durch welche die Biegungen derselben durch die belasteten Wagen gemessen werden konnten. Die größte, durch die Höhe der Rampe beschränkte Geschwindigkeit, welche zu erreichen war, betrug 43 Fuß in der Secunde, oder ungefähr 30 engl. ($6^1/_2$ deutsche) Meilen in der Stunde.

Aus vielfältigen Versuchen ergab es sich, daß die durch eine sich bewegende Belastung hervorgebrachte Biegung bedeutender sei als jene, welche Statt findet, wenn das Gewicht auf die Mitte der Stäbe gelegt wurde, und daß die Biegung mit der Geschwindigkeit der Bewegung zunahm. Stellte man nämlich den mit 1120 Pfund belasteten Wagen ruhig auf ein Paar gußeiserne Schienen von 9 Schuh Länge 4 Zoll Breite und $1^1/_2$ Zoll Höhe, so entstand eine Biegung von $^6/_{10}$ Zoll. Ging aber der Wagen mit einer Geschwindigkeit von 10 engl. ($2^1/_4$ deutschen) Meilen in der Stunde über die Schienen weg, so betrug die Biegung $^8/_{10}$ Zoll u. s. f., so daß bei einer Geschwindigkeit von 30 englischen Meilen in der Stunde die Biegung bereits $^{15}/_{10}$ Zoll, d. h. mehr als das Doppelte von der statischen Biegung betrug. Daraus folgt, daß ein weit geringeres über die Schienen sich hinbewegendes Gewicht dieselben zerbricht, als wenn es ruhig auf denselben liegt. In dem obigen Beispiele war zum Zerbrechen der Schienen ein ruhendes Gewicht von 4150 Pfd., und ein mit einer Geschwindigkeit von 30 engl. Meilen in der Stunde bewegtes von nur 1778 Pfund erforderlich.

Es zeigte sich, daß wenn sich die Last bewegte, die Puncte der stärksten Biegung und noch mehr jene des stärksten Druckes, nicht in der Mitte der Stäbe, sondern näher an den Enden lagen. Wurden die Schienen durch eine sich bewegende Belastung zerbrochen, so fanden die Brüche in der Mitte Statt, und es erfolgten oft vier bis fünf Bruchstellen, ein Beweis, wie stark der Druck war, dem sie ausgesetzt gewesen waren.

Die Commission bestrebte sich auch die Gesetze zu bestimmen, welche diese Resultate unter einander und mit den Ergebnissen der Praxis verbinden. Es wurde zu diesem Zwecke ein kleinerer und genauerer Apparat vorgerichtet, um die Erscheinungen in ihrer einfachsten Form zu untersuchen, besonders den Fall, wo ein einziges Gewicht über einen leichten elastischen Stab hinweggeht. Das Gewicht biegt den Stab und es bildet letzterer dann keine horizontale Linie, wie es der Fall sein würde, wenn der Stab ganz steif wäre, sondern eine Curve, deren Form von dem Verhältniß zwischen der Länge, der Elasticität und der Trägheit des Stabes, dann der Größe des Gewichtes und der ihm ertheilten Geschwindigkeit abhängt. Da jedoch die Form dieser Curve mit Hülfe der Analyse wenigstens im gegenwärtigen Stande ihrer Ausbildung nur in dem einfachsten Falle eruirt werden kann, so ist ein Bestimmen derselben unter so zusammengesetzten Einflüssen eine äußerst schwierige Aufgabe, die nur dann zu lösen ist, wo die Belastung als ein schwerer, beweglicher Punct betrachtet wird. In der Praxis dagegen berührt jeder 4rädrige Wagen die Schienen an zwei und jede sechsrädrige Locomotive mit ihrem Tender jede Schiene sogar an an sechs Puncten, wodurch das gegebene Problem sehr verwickelt wird.

Der obenerwähnte kleinere Apparat war so eingerichtet, daß die Belastung nur auf einen Punct des zu untersuchenden Stabes drückte, und mit einer Vorrichtung versehen, mittelst welcher die Wirkungen der verschiedenen Verhältnisse des Stabes zu der Belastung untersucht werden konnten. Es wurde ferner wegen der Beschaffenheit der Aufgabe für zweckmäßig gefunden, daß zuvörderst die Formen der Curven und die entsprechenden Biegungen des Stabes unter der Voraussetzung betrachtet werden, daß der Stab im Verhältnisse zu der Belastung eine sehr kleine Masse darbietet.

Nachdem nun die Commissionsmitglieder diese Daten unter verschiedenen Verhältnissen der Länge der Brücken, ihrer statischen Biegung, und der Geschwindigkeit der darauf sich bewegenden Belastung erlangt hatten, gingen dieselben zu der Untersuchung der Einwirkungen über, welche eine verhältnißmäßig größere Masse des Stabes oder der Brücke auf die Biegung derselben hatte. Die Lösung dieser schwierigen Aufgabe gelang aber bloß in dem Falle vollkommen, wo die Masse der Belastung im Vergleiche zu der Masse der Brücke gering war, oder im entgegengesetzten Falle, in welchem die Masse der Brücke im Vergleich zu der Belastung sehr klein erschien.

Die in der Praxis vorkommenden Beispiele liegen in der Mitte zwischen diesen beiden Grenzen. Bei den von der Commission zu Portsmouth auf der bereits beschriebenen geneigten Ebene angestellten Versuchen betrug das Gewicht der Belastung bis 3 bis 10fache von dem Gewichte des Stabes, und zwar aus dem Grunde, weil sonst die Biegung so gering gewesen sein würde, daß sie kaum bemerkt worden wäre. Bekanntlich ist bei einer 33 Fuß langen Brücke gewöhnlich nur eine Biegung von $1/4$ Zoll, d. h. $1/_{1440}$ Theil von ihrer Länge gestattet, wogegen bei Versuchen Biegungen von 2 und mehr Zoll erzielt werden müssen. Bei den jetzt vorhandenen Brücken von ungefähr 40 Fuß Spannweite beträgt das Gewicht der Locomotive und des Tenders fast die Hälfte von dem Gewichte der Brücke, über welche sie gehen sollen, und bei großen Brücken ist das Verhältniß des Gewichtes der Belastung zu dem Gewichte der Brücke noch geringer.

Professor Stockes hat gezeigt, daß, wenn die Trägheit der Brücke als gering angenommen wird, die Curven der Belastung und die Biegung der Brücke von einer gewissen Größe β abhängen, welche sich gerade wie das Quadrat der Länge des Stabes und umgekehrt wie das Product der mittleren statischen Biegung (d. h. derjenigen, welche durch eine Belastung hervorgebracht würde, die man ruhig in die Mitte der Brücke stellt) in das Quadrat der Geschwindigkeit, mit welcher die Belastung über die Brücke geht, verhält. — Ist β klein, so wird die Zunahme der Biegung durch die Geschwindigkeit der Belastung sehr groß, und zwar in dem Maaße, daß, wenn $\beta = 1.3$ — die statischen Biegungen verdoppelt werden, und letztere sich verdreifachen, wenn $\beta = 0,8$ ist. Größere Werthe von β entsprechen dagegen geringeren Biegungen, und es wurde durch die Untersuchungen der Commission nachgewiesen, daß bei den vorhandenen Brücken β selten geringer und gewöhnlich weit größer als 14 ist; und daß folglich die größte Zunahme der Biegung durch die Geschwindigkeit nach dieser Theorie nie größer als $1/_{10}$ und nie geringer als $1/_{100}$ sein könne. Da sich β nun wie das Quadrat der Länge der Brücke verändert, so ist es klar, daß die 9 Schuh langen Stäbe bei den zu Portsmouth angestellten Versuchen weit geringeren Werthen von β entsprechen werden, als die 20 bis 30 Fuß langen wirklichen Brücken, während dem die Werthe von β in den früheren Fällen, durch die bei den Versuchen nothwendig angewendeten stärkeren Biegungen, wie weiter oben bemerkt, noch mehr vermindert werden mußten. Es ist daher erwiesen, daß das ungeheure Zunehmen der Biegungen bei den Versuchen zu Portsmouth, welche durch die Geschwindigkeit veranlaßt worden waren, bei den wirklichen Brücken nicht vorkommen könne, da es sich herausgestellt hat, daß die fraglichen Erscheinungen bei Verminderung der Dimensionen der verschiedenen Bestandtheile sehr vergrößert wurden. Es sind jedoch diese Berechnungen unter der Annahme angestellt worden, daß die Trägheit der Brücke sehr gering sei; und Versuche mit den oben erwähnten kleinen Apparaten haben gezeigt, daß wenn β geringer als die Einheit ist, die Trägheit der Brücke die Biegung zu vermindern strebt; daß hingegen, wenn β größer als die Einheit (bei Berücksichtigung aller practischen Fälle) ist, die Trägheit der Brücke die Biegungen zu erhöhen strebt. Endlich ist die ganze Zunahme der statischen Biegung bei Berücksichtigung der Trägheit der Brücke, bei kurzen Brücken weit bedeutender gefunden worden als bei langen. Nehmen wir z. B. an, daß die Masse der sich bewegenden Belastung und das Gewicht der Brücke einander fast gleich sei, so wird die Zunahme der statischen Biegung bei den größten Geschwindigkeiten, für Brücken von 20′ Länge und von dem gewöhnlichen Grade der Steifheit mehr als $1/_2$, dagegen für Brücken von 50 Fuß Länge nur $1/_7$ betragen und sich mit zunehmenden Längen rasch vermindern. Da aber bewiesen wurde, daß die Zunahme bei übrigens gleichen Verhältnissen durch die größere Steifheit der Brücken vermindert werden kann, so hat man es stets in seiner Gewalt, ihre Größe innerhalb gefahrloser Grenzen zu bestimmen. Will man daher die Stärke einer Eisenbahnbrücke festsetzen, so muß die Zunahme der statischen Biegung berücksichtiget werden, indem man sie nach der größten Belastung, die über die Brücke gehen könnte, so wie nach der größtmöglichsten Geschwindigkeit berechnet. Es muß aber auch bemerkt werden, daß die Biegung durch Stöße vermehrt werden kann, Stöße, die beim Uebergang der Wagenzüge über den Schienenwechsel veranlaßt werden. Die Commission machte auch mit Hülfe des vorhin erwähnten großen Apparates einige Versuche mit gekrümmten Stäben, die bei großen Geschwindigkeiten weit größere Lasten tragen, als gerade Stäbe; allein die Biegungen derselben waren im Verhältniß zu ihrer Länge sehr bedeutend.

In Bezug auf die obigen Resultate weicht jedoch die allgemeine Ansicht der meisten Ingenieure ab, indem dieselben behaupten, daß die Biegung in Folge eines sehr schnellen Ueberganges von Lasten über Brücken geringer sei, als jene, welche dieselbe ruhige Belastung hervorbringt. Selbst wenn sie eine Zunahme der Biegung beobachten, schreiben sie diese den Stößen der Locomotive oder ähnlichen Ursachen zu. —

Um hierüber ein gegründetes Urtheil fällen zu können, hat nun die Commission zwei bereits bestehende Brücken für ihre Experimente benützt, welche beide den Zweck haben, die Bahn über das Niveau der Landstraße zu führen; die eine war die Ewellbrücke an der Croydon-Epson-Bahn, die andere die Godstone-Brücke auf der Südwestbahn. Außerdem ließ die Commission auf den betreffenden Straßen Gerüste errichten, welche von den Schwankungen der Brücken während der Proben unabhängig waren. An der untern Seite eines Brückenbalkens wurde ein Schreibstift angebracht, welcher die, durch eine todte oder sich bewegende Belastung hervorgebrachte Biegung der Brücke auf einem an dem Gerüste angebrachten Brette anzeigte. Die Spannung einer dieser Brücken (der Ewellbrücke) beträgt 48 Fuß, und die statische Biegung durch eine, darauf sammt Tender ruhende Maschine erreichte nicht mehr als $1/_5$ Zoll. Diese Biegung wurde zwar wenig aber sichtbar vergrößert, wenn die Maschine über die Brücke fuhr; die Zunahme der Biegung betrug bei einer Geschwindigkeit von 50 engl. Meilen in der Stunde $1/_7$ Zoll. Da nun der Druck auf einen Brückenbalken der Biegung fast proportional ist, so folgt daraus, daß die Geschwindigkeit der

Belastung denselben Druck ausübte, als wenn sie ruhig auf der Mitte des Balkens stehend um $1/_7$ vermehrt worden wäre. Das Gewicht der Locomotive und des Tenders betrug 39 Tonnen; es übte daher das Product der Last mit der Geschwindigkeit einen Druck von beiläufig 45 Tonnen auf die Brücke aus. Bei der Godstone-Brücke erlangte man ähnliche Resultate.

Es wurden ferner weitere Versuche angestellt, um die Theorie elastischer Balken zu vervollständigen. Wird ein Balken gebogen, so wird dessen concave Seite zusammengepreßt und dessen convexe ausgedehnt. Eine genaue Kenntniß der Gesetze der Ausdehnung und Zusammendrückung wird auch für eine genaue und allgemeine Theorie der Biegungen, Erschütterungen und Brüche solcher Eisenconstructionen von hoher Wichtigkeit sein; denn das bei mathematischen Untersuchungen gewöhnlich angenommene Gesetz, wonach die Zusammendrückung und die Ausdehnung nach den Längen innerhalb gewisser Gränzen als in geradem Verhältnisse zu den einwirkenden Kräften stehend angenommen werden, kommt zwar bei manchen Körpern der Wahrheit ziemlich nahe, ist aber für ein gegebenes Material nie ganz richtig.

Es handelte sich also darum, mit der größtmöglichsten Genauigkeit die directe Zusammendrückung und Ausdehnung guß- oder schmiedeeiserner Stäbe ihrer Länge nach zu bestimmen. Die Ausdehnung wurde dadurch ausgemittelt, daß man am untern Ende eines 50 Fuß langen, 1 Zoll im Quadrat messenden, an der Decke eines hohen Gebäudes befestigten Stabes Gewichte aufhing. — Das Zusammendrückungsausmaß erlangte man dadurch, daß man einen 10 Fuß langen und 1 Zoll im Quadrat messenden Stab in eine Vertiefung legte, welche in einem gußeisernen Gestelle eingeschnitten war, und es ermöglichte, daß der Stab frei und ohne Reibung darin gleite, ohne daß jedoch eine Seitenbiegung desselben Statt finden konnte; dann wurde der Stab mittelst eines Hebels, welcher mit verschiedenen Gewichten belastet werden konnte, zusammengedrückt.

Die aus diesen Versuchen erlangten nachstehenden Formeln geben nun das Verhältniß zwischen der Ausdehnung oder der Zusammendrückung eines 10 Fuß langen und 1 Zoll im Quadrate messenden Stabes und den diese Wirkungen hervorrufenden Gewichten an:

für die Ausdehnung . . . $w = 1161170\, e - 20190500\, e^2$

„ „ Zusammendrückung $w = 1077630\, d - 3631800\, d^2$

w ist der Ausdruck in Pfunden des auf den Stab wirkenden Gewichtes, e das Ausdehnungs- und d das Zusammendrückungsausmaaß in Zollen.

Die hieraus für einen Stab von 1 Zoll im Quadrate und von einer beliebigen Länge l abgeleiteten Formeln sind daher:

für die Ausdehnung . . . $w = 13934040 \frac{e}{l} - 2907432000 \frac{e^2}{l^2}$

„ „ Zusammendrückung $w = 12931560 \frac{d}{l} - 522979200 \frac{d^2}{l^2}$

Die Formeln wurden aus den Durchschnitts-Ergebnissen, welche die Commission von vier Gußeisengattungen erlangte, abgeleitet.

Die durchschnittliche Spannungsfestigkeit (**tensile strength**) des Gußeisens, welche aus diesen Versuchen reducirt wurde, wird durch seinen Druck von 15711 Pfd. auf den Quadratzoll dargestellt; die größte Ausdehnung beträgt $1/_{600}$ der Länge; endlich würden obige 15711 Pfund einen Eisenstab von demselben Querschnitt um $1/_{775}$ einer Länge zusammendrücken. —

(Schluß folgt.)

Miscelle.

Maschine zum Bohren der Tunnel. Der belgische Ingenieur Maus hat eine Maschine zur Bohrung eines Tunnels durch die Alpen behufs Errichtung einer Eisenbahn von Turin nach Chambery erfunden, von welcher in dem in Brüssel erscheinenden „**Bulletin du musée de l'Industrie par Jobard**, Jahrg. 1850, Maiheft, Zeichnungen und Beschreibungen enthalten sind. Es soll der Tunnel durch den Gebirgssattel Frejus laufen, und die Maschine, von beiden Seiten das Gebirge angreifend, eine Central-Gallerie von 4,20 Meter Breite und 2,20 Meter Höhe durchbrechen. Das mechanische System des Herrn Maus besteht aus drei wesentlich verschiedenen Theilen. Der erste Theil ist der bewegliche Mechanismus, welcher auf das Gebirge wirkt, der zweite der stehende Mechanismus, welcher ersterem die Bewegkraft ertheilt, und der dritte das Uebertragungsmittel dieser Kraft. Die projectirte Bahntrace beginnt bei Turin, folgt dem Thale de la Doise, nähert sich weiter durch das Thal de Bardounèche dem Fuße der Alpen in der Richtung des Montcenis, und dringt in dieselben mittelst eines Tunels durch den Frejus, um bei Modane hervorzubrechen. Der Tunnel wird 12,290 Meter Länge, eine Neigung gegen Modane von ungefähr 0,019 Meter, und nach der Vollendung im ganzen Durchschnitt 8 Meter Breite und 6 Meter Höhe haben. Innerhalb 5 Jahren soll der Tunnel nach vorläufiger Veranschlagung fertig sein, und der Gesammtbetrag der Tunnelkosten kaum $13^1/_2$ Millionen Franken übersteigen.

(Förster's Bauzeitung. III—V.)

Siebentes Verzeichniß der Mitglieder des österr. Ingenieur-Vereines.

Thätige Mitglieder:

Klein, Franz, Civilingenieur und Bauunternehmer der k. k. Staatseisenbahnen in Brünn.

Partl, Karl, Rechnungs-Conficient des k. k. Hofbauamtes und Civilingenieur in Wien.

Magniet, Clemens, k. k. Ingenieur-Assistent in Wien.

Hild, Ludwig, Ingenieur des Wiener Stadtbauamtes in Wien.

Jeczmieniovsky, Franz, k. k. Ingenieur-Assistent am Semmering.

Denhart, Josef, k. k. Ingenieur in Oravicza im Banat.

Klinkhammer, Franz, k. k. Ingenieur in Oravicza im Banat.

Pischof, Mathias, k. k. Ingenieur-Assistent in Oravicza im Banat.

Pogatschnigg, Fr., Rechnungs-Revident bei der k. k. Generaldirection für Communicationen in Wien.

Korrespondirendes Mitglied:

Herr John Rennie, **Civil-Engineer, President of the Royal Engineer Institution etc.** in London.

Aufforderung an sämmtliche Herren Mitglieder des österreichischen Ingenieur-Vereines.

Es geschieht nicht selten, daß Exemplare der Vereins-Zeitschrift von den auswärtigen Postämtern nach Wien zurückgesendet werden, weil die respectiven Herren Adressaten ihren der Redaktion ursprünglich bekannten Aufenthaltsort geändert haben. Es entstehen dadurch Unterbrechungen in der regelmäßigen Zusendung der Zeischrift, es gehen Exemplare verloren, und die Herren Vereins-Mitglieder werden ungehalten. Um diesen Uebelständen zu begegnen, werden diejenigen Herren, welche ihr Domicil für längere Zeit ändern, ersucht, diesen Umstand der Vereinskanzlei gefälligst bekannt zu geben, da nur auf diese Art eine pünctliche und richtige Versendung der Vereins-Zeitschrift effectuirt werden kann.

Die Redaktion.

Verantwortliche Redacteure: **Amédée Demarteau & G. Winiwarter.** In Commission der **L. W. Seidel**'schen Buchhandlung, innere Stadt Nr. 1122.
Gedruckt bei Edl. v. Schmidbauer und Holzwarth.

Fig. Litt. C.

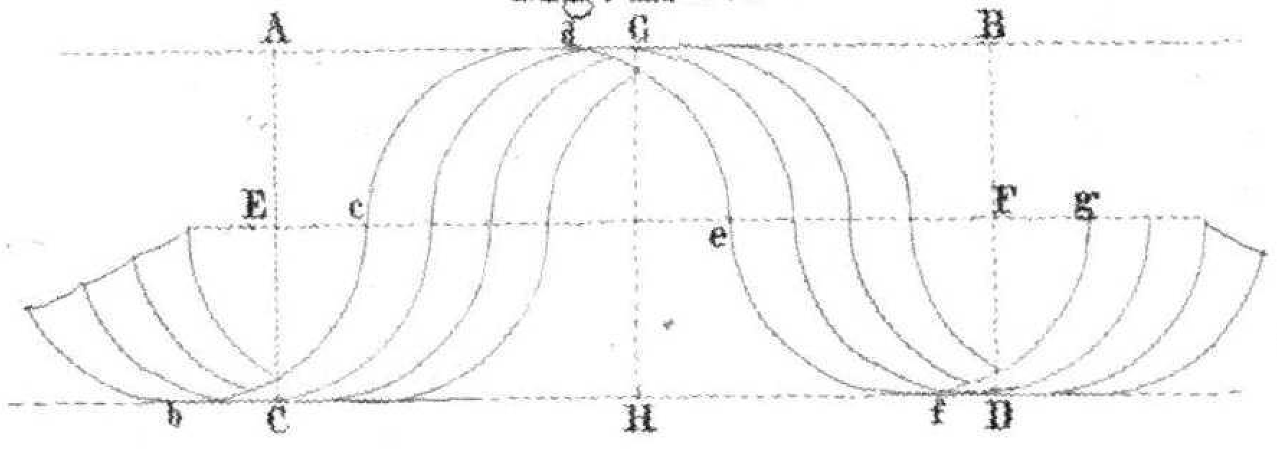


Fig. Litt. B.

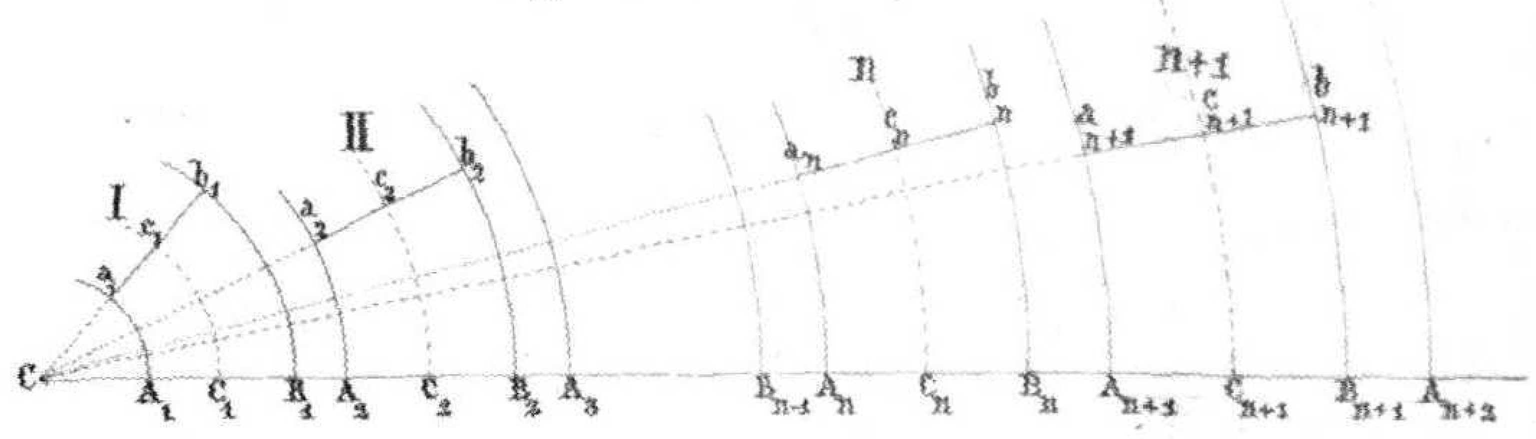


Fig. Litt. A.

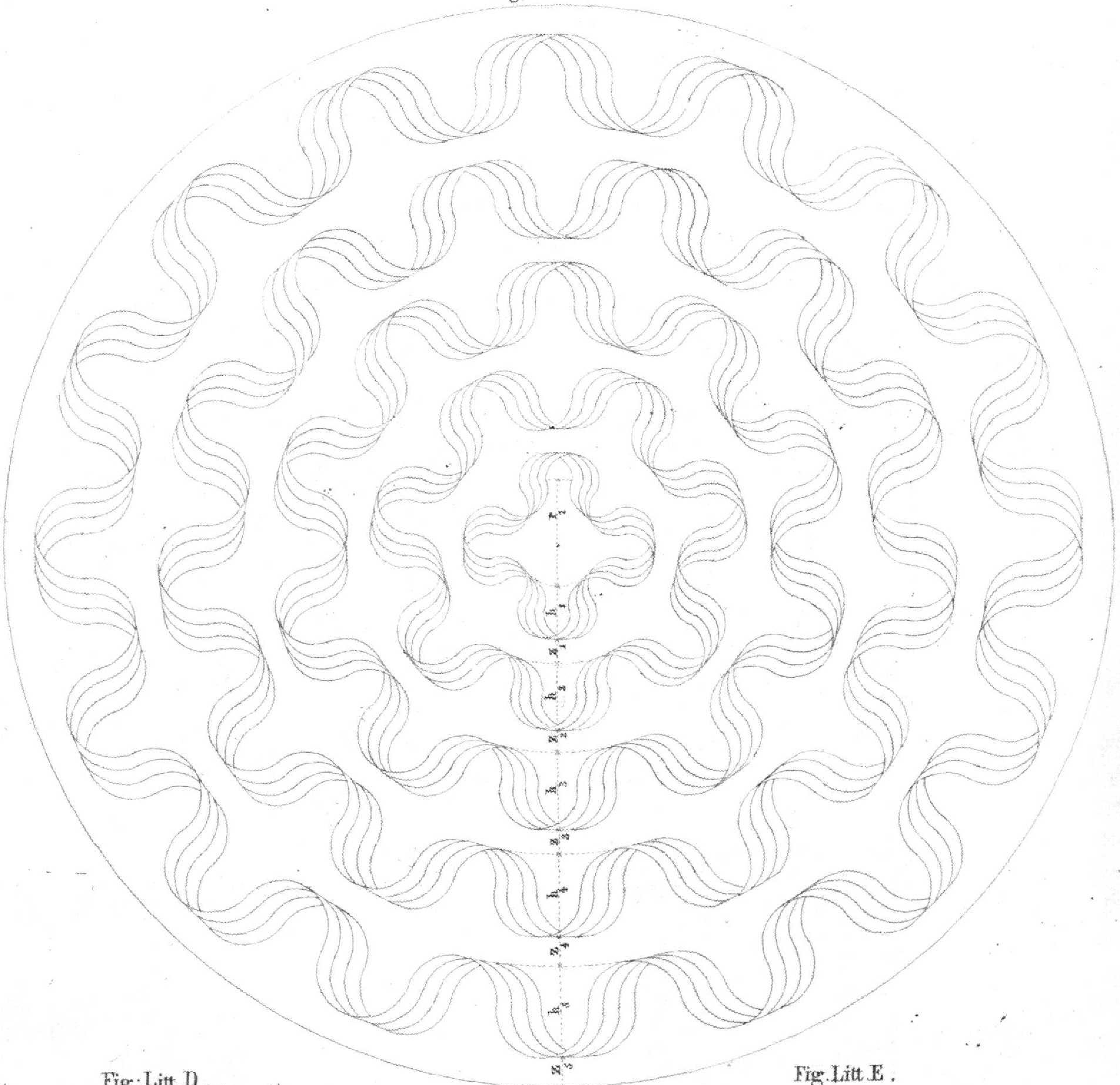


Fig: Litt. D.

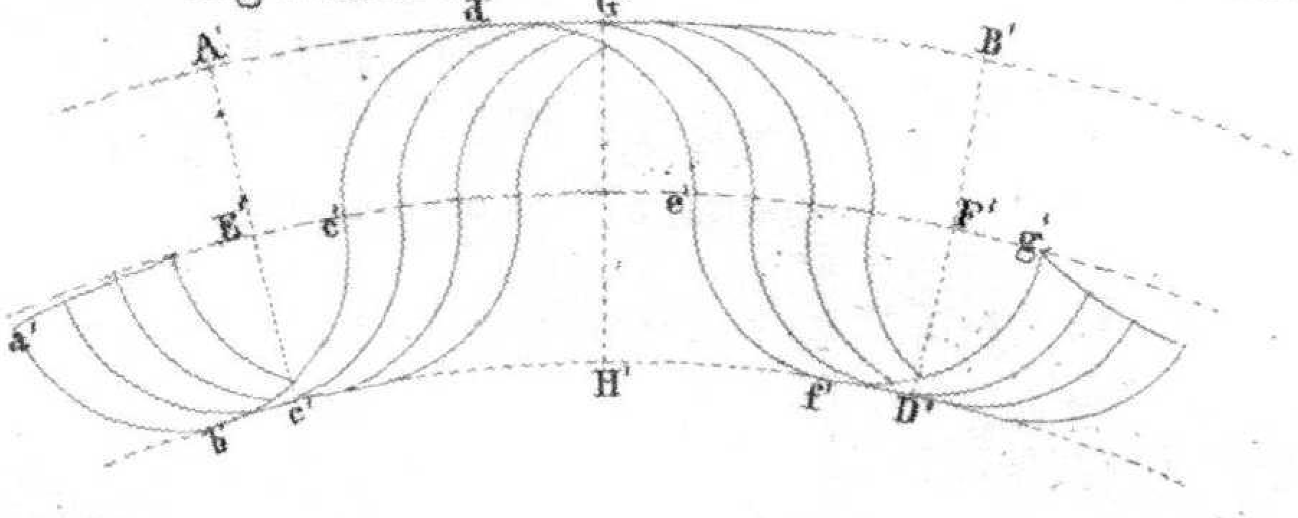
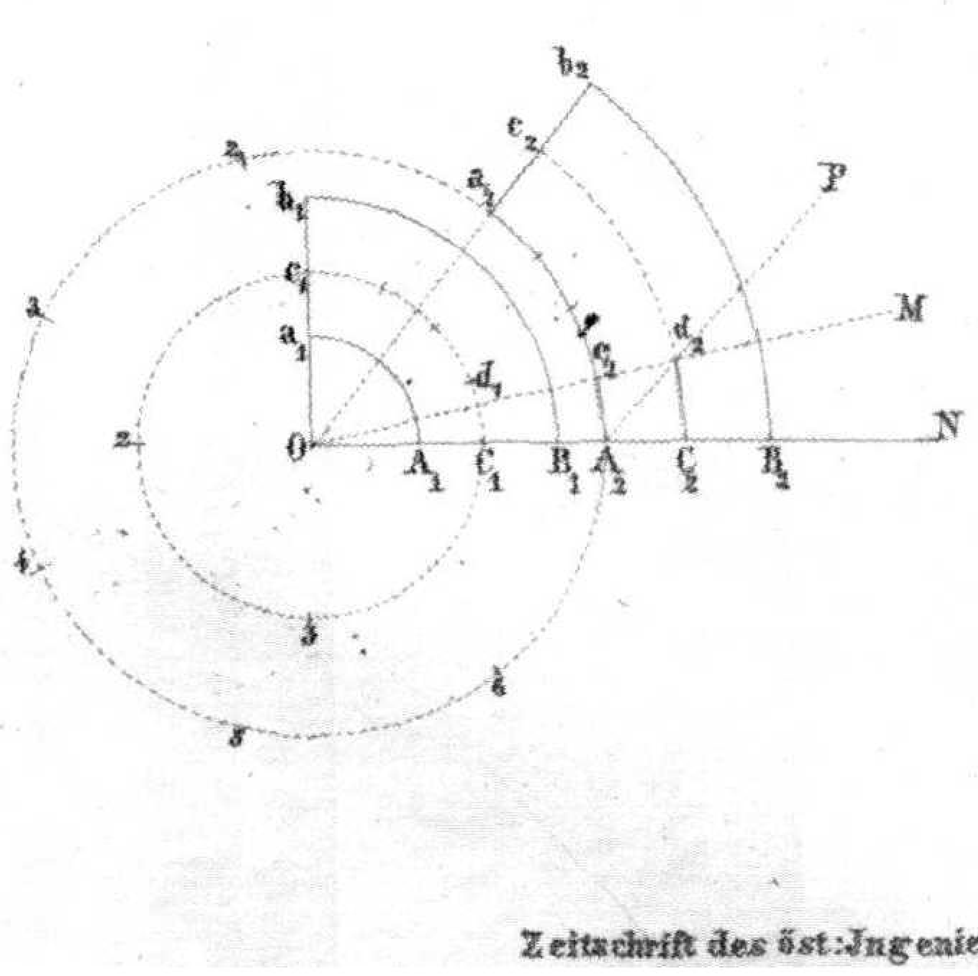


Fig. Litt. E.



Gezeichnet von G. Rebham.
Blatt N° 9.